Penerapan Determinan dalam Analisis Risiko dan Pengembalian pada Pemodelan Keuangan

Sebastian Enrico Nathanael - 13523134[1]
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
[1]sebastian230405@gmail.com, 13523134@std.stei.itb.ac.id

Abstract—This paper explores the application of determinants in analyzing risk and return within financial modeling frameworks. Key mathematical principles, such as determinants, are utilized to evaluate the interrelationships among variables affecting financial decision-making. The findings demonstrate how determinants enhance predictive accuracy in assessing risk levels and potential returns. All symbols, including Δ (determinant) and Σ (summation), are defined within this context to ensure clarity. This abstract is structured to provide an overview without references, adhering to the specified formatting standards

Keywords—Determinants, financial modeling, risk analysis, return analysis

I. Pendahuluan

Dalam dunia keuangan, analisis risiko dan pengembalian merupakan elemen penting yang menentukan pengambilan keputusan investasi. Pengelolaan risiko dan optimalisasi pengembalian memerlukan pendekatan kuantitatif yang kuat untuk memastikan keakuratan prediksi dan pengambilan keputusan yang tepat. Salah satu pendekatan matematis yang memiliki peran signifikan dalam pemodelan keuangan adalah penggunaan determinan.

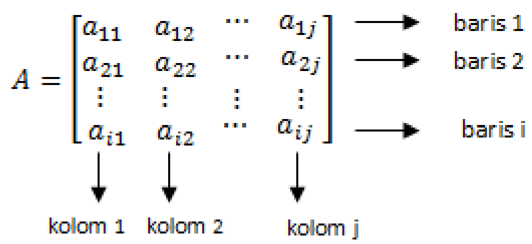
Determinasi dalam matriks tidak hanya digunakan sebagai alat matematis untuk menghitung nilai-nilai numerik, tetapi juga memberikan wawasan tentang hubungan linier antara variabel-variabel keuangan. Dalam analisis risiko, determinan dapat digunakan untuk mengidentifikasi tingkat sensitivitas perubahan variabel input terhadap output model. Sementara itu, dalam analisis pengembalian, determinan membantu dalam menilai stabilitas dan konsistensi portofolio keuangan.

Penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi penerapan determinan dalam analisis risiko dan pengembalian pada pemodelan keuangan. Pendekatan ini diharapkan dapat memberikan kontribusi signifikan dalam meningkatkan efektivitas pemodelan keuangan yang lebih kompleks dan dinamis. Selain itu, studi ini akan membahas bagaimana determinan dapat digunakan untuk menginterpretasikan interaksi antar variabel, mengukur sensitivitas risiko, serta memperkirakan hasil pengembalian yang optimal. Kajian ini diharapkan dapat memberikan wawasan baru tentang pentingnya penerapan konsep matematis dalam dunia keuangan, khususnya dalam menghadapi tantangan pasar yang semakin kompleks dan tidak terduga.

II. Landasan Teori

A. Matriks

Matriks adalah suatu susunan bilangan real atau bilangan kompleks (atau elemen-elemen) yang disusun dalam baris dan kolom sehingga membentuk jajaran persegi panjang. Anggota dari suatu matriks dapat pula dinyatakan dengan huruf kecil yang berindeks ganda (a_{ij}), dengan indeks pertama menyatakan di baris mana anggota itu terletak dan indeks kedua menyatakan di kolom mana anggota itu terletak. Sebagai contoh a_{12} artinya anggota tersebut terletak pada baris kesatu dan kolom kedua. Begitu juga a_{24} artinya anggota tersebut terletak pada baris kedua dan kolom keempat.



Notasi singkat untuk penulisan matriks di atas adalah sebagai berikut $[a_{ij}]_{mxn}$ atau $[a_{ij}]$

Dalam teori matriks, terdapat berbagai jenis matriks, seperti matriks baris, matriks kolom, matriks persegi, dan matriks identitas, yang masing-masing memiliki ciri khas tertentu. Selain itu, terdapat beberapa operasi dasar yang dapat dilakukan pada matriks, seperti penjumlahan, perkalian, dan pencarian determinan. Perkalian matriks, misalnya, hanya dapat dilakukan jika jumlah kolom matriks pertama sama dengan jumlah baris matriks kedua. Salah satu konsep penting dalam teori matriks adalah invers matriks, yang hanya ada pada matriks yang memiliki determinan tidak sama dengan nol. Sifat-sifat matriks, seperti komutatif, asosiatif, dan distributif, mempermudah manipulasi dan analisis matriks dalam berbagai aplikasi. Teori matriks merupakan alat yang sangat berharga dalam memecahkan berbagai masalah dalam ilmu terapan dan teori matematika.

B. Determinan

Fungsi Determinan (determinant function) dinotasikan dengan det dan kita mendefenisikan sebagai jumlah dari semua hasilkali elementer bertanda dari . Angka disebut determinan dari (determinant of A). Ada beberapa metode untuk menentukan determinan dari matriks bujur sangkar, antara lain metode Sarrus, metode ekspansi kofaktor, dan metode reduksi baris

Secara matematis, determinan suatu matriks $A = a_{ij}]$ yang berukuran $n \times n$

Misalnya diberikan matriks *2x2*

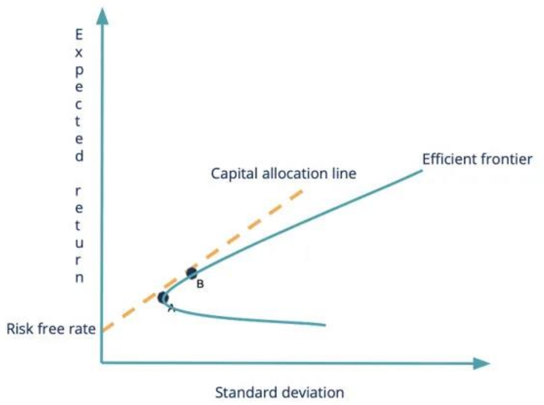
$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \text{ maka}$$

$$= a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

C. Modern Portofolio Theory

Modern Portofolio Theory (MPT), atau analisis mean-variance, adalah kerangka kerja matematika untuk menyusun portofolio aset sedemikian rupa sehingga pengembalian yang diharapkan dimaksimalkan untuk tingkat risiko tertentu. Ini adalah formalisasi dan perluasan diversifikasi dalam investasi, gagasan bahwa memiliki berbagai jenis aset keuangan kurang berisiko daripada hanya memiliki satu jenis. Wawasan utamanya adalah bahwa risiko dan pengembalian aset tidak boleh dinilai dengan sendirinya, tetapi dengan bagaimana ia berkontribusi pada risiko dan pengembalian portofolio secara keseluruhan. Varians pengembalian (atau transformasinya, deviasi standar) digunakan sebagai ukuran risiko, karena dapat dilacak ketika aset digabungkan menjadi portofolio. Seringkali, varians dan kovariansi pengembalian historis digunakan sebagai proksi untuk versi berwawasan ke depan dari kuantitas ini, tetapi metode lain yang lebih canggih tersedia.

Modern Portofolio Theory (MPT) mengacu pad teori investasi yang memungkinkan investor menyusun portofolio aset yang memaksimalkan pengembalian yang diharapkan untuk tingkat risiko tertentu. Teori ini mengasumsikan bahwa investor menghindari risiko; untuk tingkat pengembalian yang diharapkan tertentu, investor akan selalu lebih mmilih ptofolio yang kurang berisiko.



A.

Efficient Frontiers

Dalam MPT, kurva batas efisien menggambarkan bagian optimal dari hubungan antara risiko (volatilitas) dan imbal hasil yang dapat dicapai. Secara sederhana, kurva ini menunjukkan kumpulan portofolio yang memberikan imbal hasil maksimum untuk tingkat risiko tertentu, atau sebaliknya, risiko minimum untuk tingkat imbal hasil yang diharapkan. Konsep ini pertama kali diperkenalkan oleh Harry Markowitz pada tahun 1952 dan menjadi dasar teori manajemen portofolio modern.

Untuk membangun portofolio yang optimal, kita perlu mengalokasikan investasi di berbagai aset secara proporsional. Tujuannya adalah menentukan distribusi investasi yang ideal sehingga portofolio menghasilkan imbal hasil tertinggi yang mungkin untuk tingkat risiko tertentu, atau sebaliknya, mempertahankan risiko serendah mungkin untuk target imbal hasil yang diinginkan.

Misalkan kita memiliki $N > 1$ saham dan kita memutuskan untuk menginvestasikan modal kita pada saham-saham tersebut. Misalkan $w := (w_1, \dots, w_N)^T$, di mana $w_i \in (0,1)$ untuk semua $i = 1, \dots, N$. Di sini, w_i merepresentasikan proporsi investasi (persentase modal yang diinvestasikan) pada aset i. Besaran w_i ini disebut sebagai **bobot.**

Karena kita menginvestasikan seluruh modal kita, maka berlaku $\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$ (ini adalah strategi **long-only**).

Misalkan R_i dan R_p masing-masing adalah imbal hasil dari aset i dan total imbal hasil dari portofolio. Begitu pula, misalkan $\sigma_i$dan σ_p masing-masing adalah volatilitas dari aset i dan volatilitas dari portofolio.

B. Return of a portfolio

Total return dari portofolio adalah rata-rata tertimbang sederhana dari rata rata (total) dari aset-aset individual, yaitu:

$$R_p = \sum_{i=1}^{N} w_i R_i = w^T R,$$

di mana $R \coloneqq (R_1, \ldots, R_N)^T$. Perlu dicatat bahwa jika kita memiliki kumpulan data dari return di masa lalu, maka return total R_p dihitung seperti di atas dengan menggunakan data past return tersebut.

Namun, jika kita ingin melakukan investasi sekarang, kita tidak memiliki serangkaian data imbal hasil yang sebenarnya (masa lalu), melainkan kita hanya memiliki *Expected Return*. Oleh karena itu, dalam kasus ini, kita akan menggunakan nilai rata-rata yang diharapkan E pada formula di atas.

C. Volatility of a portfolio

Volatility of a portfolio dihitung sebagai (akar kuadrat) varians dari jumlah tertimbang pengembalian aset tunggal.

Mari kita pertimbangkan contoh dengan hanya dua aset. Kita memiliki w_1 dan w_2 serta dua aset dengan imbal hasil masing-masing R_1 dan R_2 Didapatkan :

$$\sigma_p^2 = Var(w_1R_1 + w_2R_2) = w_1^2Var(R_1) + w_2^2Var(R_2) + 2w_1w_2Cov(R_1, R_2),$$

di mana :

$Cov(R_1, R_2) \coloneqq E[(R_1 - \mu_1)(R_2 - \mu_2)],$

Dengan $Cov(R_1, R_2)Cov(R_1, R_2)$adalah kovariansi antara R_1 dan R_2 dan $\mu_1$serta μ_2 masing masing adalah nilai harapan dari R_1dan R_2.

D. Expected Return

Expected Return dari suatu portofolio adalah nilai harapan dari distribusi probabilitas atas berbagai kemungkinan imbal hasil yang dapat diperoleh investor dari portofolio tersebut.

Misalkan seorang investor memiliki portofolio dengan investasi sebesar Rp4.000 pada Aset Z dan Rp1.000 pada Aset Y. Imbal hasil yang diharapkan untuk Aset Z adalah 10%, sedangkan untuk Aset Y adalah 3%. Maka, imbal hasil yang diharapkan dari portofolio dapat dihitung sebagai berikut:

$$Imbal\ Hasil\ yang\ Diharapkan = \left(\frac{4.000}{5.000} \times 10\%\right) + \left(\frac{1.000}{5.000} \times 3\%\right)$$

$$(0.8 \times 10\%) + (0.2 \times 3\%) = 8{,}6\ \%$$

Dengan demikian, imbal hasil yang diharapkan dari portofolio tersebut adalah **8,6%**.

E. Standard Deviation

Standard Deviation mengukur tingkat risiko atau volatilitas suatu aset. Standard Deviation digunakan untuk menentukan seberapa luas penyebaran pergerakan aset dari waktu ke waktu (dalam hal nilai). Aset dengan rentang pergerakan yang lebih luas memiliki risiko yang lebih tinggi.

III. Implementasi

A. Penjelasan dan Penyiapan Dataset

B.

IV. Kesimpulan

V. Lampiran

VI. Penutup

REFERENSI

[1] G. O. Young, "Synthetic structure of industrial plastics (Book style with paper title and editor)," in *Plastics*, 2nd ed. vol. 3, J. Peters, Ed. New York: McGraw-Hill, 1964, pp. 15–64.

[2] W.-K. Chen, *Linear Networks and Systems* (Book style). Belmont, CA: Wadsworth, 1993, pp. 123–135.

[3] H. Poor, *An Introduction to Signal Detection and Estimation*. New York: Springer-Verlag, 1985, ch. 4.

[4] B. Smith, "An approach to graphs of linear forms (Unpublished work style)," unpublished.

[5] E. H. Miller, "A note on reflector arrays (Periodical style—Accepted for publication)," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, to be published.

[6] J. Wang, "Fundamentals of erbium-doped fiber amplifiers arrays (Periodical style—Submitted for publication)," *IEEE J. Quantum Electron.*, submitted for publication.

[7] C. J. Kaufman, Rocky Mountain Research Lab., Boulder, CO, private communication, May 1995.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 2 Januari 2024

Sebastian Enrico Nathanael (13523134)